欢迎来到我们线性代数课程的第一节课，在这节课中我们会从之前所学的对向量的朴素认知出发发展出什么是vector space以及为什么我们需要vector space开始讲起。

在我们高中的学习过程中，我们已经接触到了一种特殊的量——向量（或矢量）。在过去的学习中我们认为这种量不只有数值大小，还有方向。我们一般会将他们写成(a,b,c)的形式。例如(6,1,2)就代表着一个在x方向延伸六个单位长度，在y方向延伸一个单位长度，在z方向延伸了两个单位长度的向量。但是这种表述方式并不够规范，我们也不好表示一组有着某些抽象关系的向量，例如所有从原点发出的向量。毕竟像的表达并不算简单，在我们引入更多坐标轴变量的时候也会更费墨水，因此我们想要引入一些特殊的符号来更加方便的表述这样的**list（有序列）**。

我们首先严谨的定义一下什么是list和list的length。

我们说n个数构成了一个length为n的list当且仅当这n个数以一种有序的方式排列在一起组合成一个元素。

我们一般将这种有序列写作。

在此基础上，我们便可以定义在任意n下所有长度为n的list的集合了

我们定义为所有长度为n的list的集合，即

而我们称其中的为the i-th coordinate。

例如

现在我们非常神奇地发现，我们之前所学过的所谓vector都是属于R^2或R^3的list。回忆我们曾经学过的向量的加法，比如加法的方式就是简单的将不同coordinate上的元素分别相加。

那么类比的，我们就可以定义任意n下R^n中元素的加法：

我们可以显然的发现，这里的加法是符合交换律的，在这里我们就不做证明，留待读者自证。

再根据我们对零的一半感知，也就是所有数加0都是它本身，我们可以定义在R^n中的0:

我们可以显然的发现在所有R^n中0都是唯一的并且

当然，我们的数学家不愿意止步于此。我们希望将我们熟悉的欧几里得空间也就是R^n中的朴素认知拓展推广到更加抽象的一般集合中。再根据我们对vector也就是向量的朴素认知将其推广到一般集合中的一般元素。我们便有了更加抽象和一般化的对vector space和vector的定义：

我们说一个集合V是vector space当且仅当它满足以下所有性质：

1. Commutativity：
2. Associativity： &
3. Additive identity：
4. Additive inverse：
5. Multiplicative identity：
6. Distributive properties：

而我们定义所有属于V这个vector space的元素都是vector。

我们可以很简单的验证R^n是一个vector space。

而我们也可以举出一些更加奇怪的vector space的例子：

如果我们定义 那么我们可以发现P(n)也是一个vector space。

自然的，我们会思考，例如P(n)和R^n的这些vector space之间会不会有一种内在联系呢？

显然我们会发现任意一个的多项式都可以被唯一确定的表示，我们将这种关系称为isomorphism。对于这一关系的定义完善我们先按下不表，在之后的课程中再进行介绍。